

Всероссийская олимпиада школьников
Математика
Школьный этап
2018-2019 учебный год
Задания для 10 класса

M 10-A1

1. Что больше: $2018^{2018} + 2016^{2016}$ или $2018^{2016} + 2016^{2018}$?

2. Первую треть пути автомобиль проехал со скоростью 60 км/ч, вторую треть проехал со скоростью 45 км/ч, а третью - со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля.

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} (x+y)(x+y+z)=72, \\ (y+z)(x+y+z)=120, \\ (x+z)(x+y+z)=96. \end{cases}$$

4. В некоторой трапеции длина одной из диагоналей равна сумме длин оснований трапеции, а угол между диагоналями равен 60° . Является ли трапеция равнобедренной?

5. Уравнение $x^2 + bx + c = 0$ имеет два корня. Докажите, что если вычесть из коэффициента b любой из этих корней, а коэффициент c удвоить, то полученное уравнение также будет иметь корень.

2. $1) \frac{3x}{60} + \frac{y}{45} + \frac{z}{90} = \frac{9x}{180}$

2) $3x : \frac{9x}{180} = \frac{3x \cdot 180}{9x} = 60 \text{ км/ч}$ - (сред. скорость)

Ответ: 60 км/ч

$1) 2018^{2018} - 2016^{2016} > 2018^{2016} + 2016^{2018}$

$(2018^{2018} - 2018^{2016}) - (2016^{2018} - 2016^{2016})$

$2018^2 - 2016^2 = 4022324 - 4064256 = 8068 \Rightarrow$ т.к число положительное + сумма будет больше другой

3. $(x+y) \cdot (x+y+z) + (y+z)(x+y+z) + (x+z)(x+y+z) = 288$

$(x+y+z) 2(x+y+z) = 288$

$x+y+z = \pm 12$

$x_1 = 12 - y - z \quad x_2 = -12 - y - z$

$(12-z) \cdot 12 = 72$

$(-12-z) \cdot (-12) = 72$

$(y+z) \cdot 12 = 120$

$(y+z) \cdot (-12) = 120$

$(12-y) \cdot 12 = 96$

$(-12-y) \cdot (-12) = 96$

$$12 - z = 6$$

$$-12 - z = -6$$

$$y + z = 10$$

$$y + z = -10$$

$$12 - y = 8$$

$$-12 - y = -8$$

$$z_1 = 12 - 6 = 6$$

$$z_2 = -12 + 6 = -6$$

$$y_1 = 12 - 8 = 4$$

$$y_2 = -12 + 8 = -4$$

$$x_1 = 12 - 6 - 4 = 2$$

$$x_2 = -12 - (-6) - (-4) = -2$$

Answer: $x_1 = 2$; $x_2 = -2$; $y_1 = 4$; $y_2 = -4$; $z_1 = 6$; $z_2 = -6$

45'